21. Метод Якоби

Требуется решить систему линейных алгебраических уравнений вида:

, то есть , где:

.  
При предположении, что диагональные коэффициенты ненулевые.   
.

Метод решения

Решив 1-ое уравнение системы относительно x1 получим:

2-ое - относительно x2 , n-ое - относительно xn   
В итоге эквивалентная система, в которой диагональные элементы строки выражены через оставшиеся:  
 Или: , где:

Далее вводится некоторое начальное приближение - вектор , затем используя находится ).   
Данный процесс называется итерационным, условием окончания является достижение заданной точности (система сходится и есть решение) или прерывание процесса. Процесс прерывается, когда число итераций превышает заданное допустимое количество, при этом система не сходится либо заданное количество итераций не хватило для достижения требуемой точности.   
. Или , где:

- первое приближение; - второе приближение; - ( k+1)-ое приближение.

Итерационный процесс. Верхний индекс в скобках - номер итерации.   
Если последовательность приближений (x(0),x(1),...,x(k+1),...) имеет предел , то этот предел является решением. k=1,2,3,...N-1. Где N-1 - заданное количество итераций   
Достаточный признак сходимости метода Якоби:   
Если в системе выполняется диагональное преобладание, то метод Якоби сходится.

Критерий окончания итераций при достижении требуемой точности имеет вид: , где ε - заданная точность вычисления.